

基于 Tausworthe 码的测距信号波形研究

文 ♦ 中国电子科技集团公司第五十四研究所 综合时空网络与装备技术全国重点实验室 王 同 孙洪驰 杨 轩

引言

伪码测距技术是航天测控系统的重要发展方向^[1]，为了应对空间测距任务的需求，国际空间数据系统咨询委员会（CCSDS）推荐了两种再生伪码测距标准，2 倍加权平衡 Tausworthe 码（T2B）和 4 倍加权平衡 Tausworthe 码（T4B）^[2-3]。T2B 具有较弱的测距时钟分量，以牺牲一定测距精度获得更小的捕获时间，被推荐用于低信噪比测距任务中；T4B 测距时钟分量更强，测距精度较高，但捕获时间相对较大，被推荐用于测距精度要求较高的测距任务中^[4]。

码片波形是影响系统码跟踪环路和测距精度的另一个主要因素^[5]，如何设计一种测距精度较高，能适用不同应用场景的测距信号波形，是伪码测距技术中一个亟待解决的问题。本文主要针对 CCSDS 推荐的 T2B 和 T4B 序列，开展测距信号波形设计研究。

1 测距信号生成

T2B 和 T4B 序列均来自 Tausworthe 码族，其结构相似，都是由不同长度的 6 个子码序列经逻辑组合生成，子码序列逻辑组合如图 1 所示，子码序列的长度分别为 2、7、11、15、19、23。每个子码序列都被放置

在一个与子码序列长度相同的移位寄存器中，经过特定的组合逻辑加权相加，同时每个移位寄存器的输出会被反馈至输入端，这样每个子码以子码序列的长度为周期进行自我重复^[6]。

T2B/T4B 序列的组合逻辑可表示为式（1）。

$$\begin{cases} C_{T2B} = \text{sign}(2C_1 + C_2 - C_3 - C_4 + C_5 - C_6) \\ C_{T4B} = \text{sign}(4C_1 + C_2 - C_3 - C_4 + C_5 - C_6) \end{cases} \quad (1)$$

式（1）中， sign 为符号函数，子码序列 C_1 为测距时钟分量，T2B 和 T4B 的区别仅在于测距时钟分量的权值不同，T2B 为 2，T4B 为 4，这也是决定它们测距精度性能的根本因素。由于构成 T2B 和 T4B 序列的 6 个子码序列长度彼此之

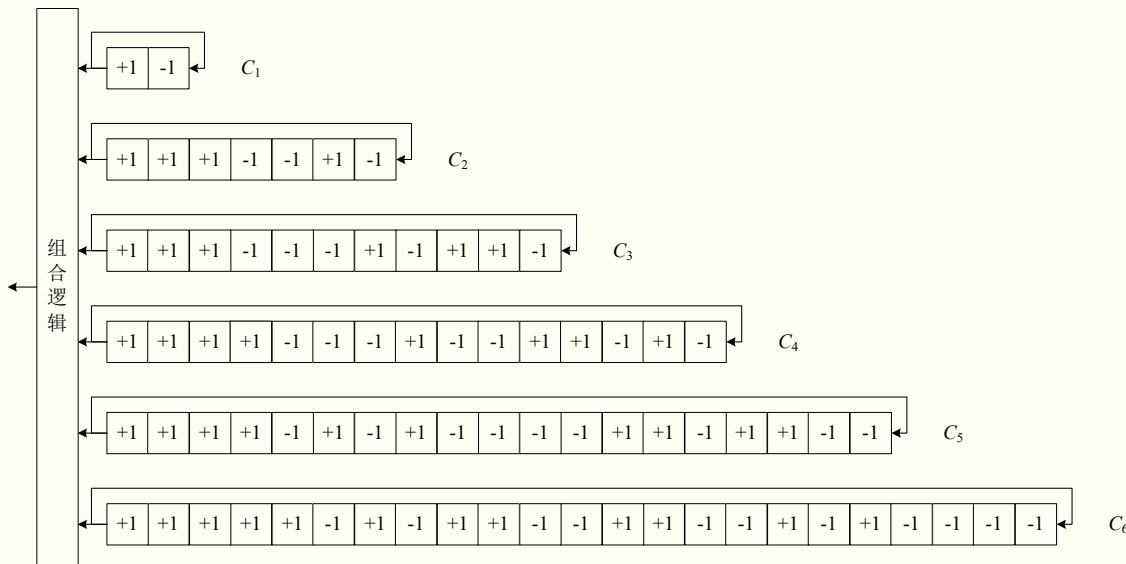


图 1 子码序列逻辑组合

【作者简介】王同（1995—），男，河北石家庄人，博士，工程师，研究方向：信息与通信工程。

间互质，因此 T2B 和 T4B 序列的周期长度可表示为式 (2)。

$$L_c = 2 \times 7 \times 11 \times 15 \times 19 \times 23 = 1009470 \quad (2)$$

得到伪码序列后，将其经过线性相位调制即可得到伪码测距信号，其数学表达式如式 (3) 所示。

$$x_c(t) = \sum_k c_k g_c(t - kT_c) \quad (3)$$

式 (3) 中， c_k 为 T2B 和 T4B 序列， $g_c(t)$ 为脉冲成型函数， T_c 为码片周期。

2 码跟踪环路

码跟踪环 (Code Tracking Loop, CTL) 是接收机的关键模块，为改善传统数据转换跟踪环在低信噪比情况下性能较差的问题，本文设计了一种改进型 CTL。码跟踪环路原理框图如图 2 所示。

一方面，由于 T2B 和 T4B 序列的测距时钟分量较强，可以被视为误差较小的方波，因此可以用 ± 1 交替序列来代替同相积分支路，与中相积分器的输出相乘来提供正确的 CTL 校正。另一方面，由于测距时钟分量与发射机的载波频率相关，故可以采用码片速率与载波环路误差相加来控制数控振荡器 (NCO) 的频率。其中，载波环路误差提供了对测距信号的多普勒估计，可以在一定程度上改进 CTL 的捕获性能。数控振荡器的输出频率可用于驱动移位寄存器，在测距码生成器模块中生成 6 个子码序列。

CTL 输入的测距信号 $r_c(i)$ 是由载波正交信道导出，根据式 (3) 可以表示为式 (4)。

$$r_c(i) = A_c \cdot \sum_k c_k \cdot g_c(iT_c - kT_c - \tau_c) + N_i \quad (4)$$

式 (4) 中， A_c 为测距码片

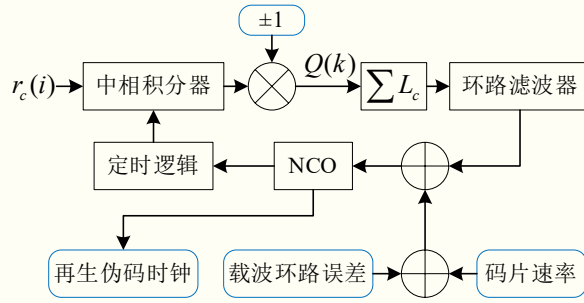


图 2 码跟踪环路原理框图

的幅度， t_c 为采样周期， τ_c 为待估计的相位值， N_i 为零均值高斯白噪声，其采样后的方差为 $\sigma_i^2 = N_0 / 2t_c$ 。假设 CTL 输入信号 $r_c(i)$ 的前沿变化时刻为 $kT_c + \tau_c$ ，接收机本地生成的信号前沿变化时刻为 $kT_c + \hat{\tau}_c$ ，则定时误差 ε 可定义为式 (5)。

$$\varepsilon = \tau_c - \hat{\tau}_c \quad (5)$$

3 测距抖动

CTL 的测距抖动 σ_ε 是影响系统测距精度的重要指标，根据线性理论，只需确定环路的 S 曲线和等效加性噪声的频谱密度，即可确定 σ_ε 。S 曲线的定义为以定时误差为条件的误差控制信号的平均值，数学表达式如式 (6) 所示。

$$S(\varepsilon) = L_c \cdot E(Q_k | \varepsilon) \quad (6)$$

式 (6) 中， $E(\cdot)$ 为统计期望， $Q_k = Q(k)$ 为正交支路输出， L_c 代表 CTL 正交支路之后的积分清除累计长度，即测距伪码序列的周期长度。

根据图 2 和式 (4)，中相积分器的输出 Q'_k 可表示为式 (7)。

$$Q'_k = \sum_i r_c(i) \quad (7)$$

式 (7) 中， i 的范围如式 (8) 所示。

$$\left(k - \frac{1}{2}\right)T_c + \hat{\tau}_c \leq iT_c < \left(k + \frac{1}{2}\right)T_c + \tau_c \quad (8)$$

为了给 CTL 提供正确的校正，需要将 Q'_k 乘以 ± 1 交替序列以得到正交支路的输出 Q_k ，则 Q_k 的均值可计算为式 (9)。

$$E(Q_k) = \frac{A_c \cdot \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} g_c(T_c/2 + t) dt}{t_c} \quad (9)$$

因此，式 (6) 中的 S 曲线可改写为式 (10)。

$$S(\varepsilon) = \frac{L_c A_c \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} g_c(T_c/2 + t) dt}{t_c} \quad (10)$$

CTL 的鉴相增益 K_ε 可用 S 曲线在原点处的斜率来表示，如式 (11) 所示。

$$K_\varepsilon = \left. \frac{\partial S(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = \frac{L_c A_c [g_c(T_c/2 + \varepsilon) + g_c(T_c/2 - \varepsilon)]}{t_c} \Big|_{\varepsilon=0} = \frac{2L_c A_c g_c(T_c/2)}{t_c} \quad (11)$$

只有当环路处于跟踪状态时，得到的 S 曲线表达式才具有意义，此时 $\varepsilon \rightarrow 0$ ，则经过 L_c 次累加后，鉴相器输出的等效加性高斯白噪声的方差 σ_N^2 可计算为式 (12)。

$$\sigma_N^2 = L_c \cdot \frac{T_c}{t_c} \cdot \delta_i^2 = \frac{L_c T_c}{t_c} \cdot \frac{N_0}{2t_c} = \frac{L_c T_c N_0}{2t_c^2} \quad (12)$$

则其频谱密度 S_N 可表示为式 (13)。

$$S_N = \sigma_N^2 \cdot (L_c T_c) = \frac{L_c^2 T_c^2 N_0}{2t_c^2} \quad (13)$$

至此, 可通过 CTL 的线性模型来估计环路的测距抖动方差 σ_ε^2 为式 (14)。

$$\sigma_\varepsilon^2 = 2B_L \frac{S_N}{K_\varepsilon^2} = 2B_L \frac{L_c^2 T_c^2 N_0}{2t_c^2} \left[\frac{t_c}{2L_c A_c g_c(T_c/2)} \right]^2 = \frac{1}{4g_c^2(T_c/2)} \cdot \frac{B_L T_c^2}{A_c^2 / N_0} \quad (14)$$

式 (14) 中, B_L 为 CTL 的单边环路带宽。由于测距信号的功率满足 $P_c = A_c^2$, 则可表示为式 (15)。

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{1}{4g_c^2(T_c/2)} \cdot \frac{B_L T_c^2}{P_c / N_0} \quad (15)$$

在 CTL 实际工作中, 由于环路滤波器的存在, 测距信号的功率并不全用于跟踪环路, 而只使用测距时钟分量 C_1 。因此, 需要将上式中的 P_c 替换为时钟分量的功率 P_{RC} 。设 $L_{ck} = P_{RC} / P_c$ 为时钟分量的功率相对于整个伪码信号功率的衰减, 可表示为式 (16)。

$$L_{ck} = \left(\frac{C_1 \text{同相相关值}}{L_c} \right)^2 \quad (16)$$

式 (16) 中, 同相相关值指时钟分量 C_1 与 T2B/T4B 序列对齐时的码片数量。通过重复 C_1 序列, 直到其长度与 T2B/T4B 序列的周期相同, 即可得到整个伪码周期上 T2B 序列的 C_1 同相相关值为 633306, T4B 序列的 C_1 同相相关值为 947566, 则 T2B 和 T4B 序列的时钟功率衰减分别为 0.3936 和 0.881。

通过上述分析, 最终得到以米 (m) 为单位的单程测距抖动 σ_m , 如式 (17) 所示。

$$\sigma_m = \frac{c}{2} \cdot \sigma_\varepsilon = \frac{c T_c}{4g_c(T_c/2)} \cdot \sqrt{\frac{B_L}{L_{ck} \cdot P_c / N_0}} \quad (17)$$

从式 (17) 可以看出, 信号的测距抖动主要与信号的码片周期 T_c 、脉冲成型函数 $g_c(t)$ 、CTL 的单边环路带宽 B_L 、时钟功率衰减 L_{ck} 以及载噪比 P_c / N_0 有关, 其中脉冲成型函数是测距信号设计的重点。 $g_c(T_c/2)$ 所代表的码片波形的中心峰值越大, 测距抖动越小。但码片波形的中心峰值过大时, 波形的能量会过多地集中在中心峰值附近, 导致信号的带宽变窄, 频谱效率降低。因此, 设计伪码测距信号波形时, 应根据实际需求综合考虑测距抖动与频谱效率的权衡。

结语

本文主要研究了基于 Tausworthe 码的测距信号波形, 首先介绍了 T2B、T4B 序列的生成方式与脉冲成型函数, 其次设计了基于 Tausworthe 码的跟踪环路, 最后分析了影响系统测距抖动的主要因素。结果表明, 测距信号波形的中心峰值越大, 系统测距抖动越小。本文的研究成果可为伪码测距信号的设计提供有力的支撑。■

引用

- [1] 李中伟. 基于伪随机码的测距技术研究[J]. 信息技术与信息化, 2020(6):120-122.
- [2] The Consultative Committee for Space Data Systems. Pseudo-Noise(PN) Ranging Systems[S]. 2014.
- [3] Ripani B. Study of Advanced Techniques for Simultaneous Transmission of PN Ranging and High Bit Rate[D]. Torino: Politecnico Di Torino. 2021.
- [4] Angkasa K S, Border J S, Duncan C B, et al. Regenerative Ranging for JPL Software-defined Radios[J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2019, 34(9):46-55.
- [5] The Consultative Committee for Space Data Systems. Simultaneous Transmission of GMSK Telemetry and PN Ranging[S]. 2017.
- [6] 彭保童, 马宏, 毛鑫峰. 基于再生伪码测距的复合码分析[J]. 电子测量技术, 2017, 40(10):171-175.

