

# 二维蜂窝状光子晶体的拓扑边界态研究\*

文◆西南科技大学数理学院

何运鑫

西南科技大学计算机科学与技术学院 张克非

## 引言

利用光子晶体 (Photonic crystal, PC) 周期性的结构特点, 可实现对光的操纵, 提升光波传输的局域性和可灵活调节性, 在未来的光子集成芯片等领域具有广阔的应用前景。光在光子晶体中的传输存在散射与损耗, 而拓扑性质的引入, 为光子晶体在通信领域的应用注入了新动力。2008年, Haldane 等<sup>[1]</sup>提出拓扑边界态实质为单粒子的波动性表现, 其满足麦克斯韦方程组。同年, Raghu 和 Haldane<sup>[2]</sup>推测由二维光子晶体组成的光波导可以实现单向传输特性。2014—2015年, Skirlo 等<sup>[3-4]</sup>在铁磁光子晶体中, 通过打破 Dirac 锥和非线性简并点获得了拓扑绝缘体和对应的多重单向传输模式。2018年, 徐婷等<sup>[5]</sup>用异质结构型的正方光子晶体实现了双偏振态下 1550nm 的单向传输。2020年, 杨瑞<sup>[6]</sup>对磁性光子晶体的边界态进行研究, 在慢波系统中将光速降低至 17m/s, 以满足通信网络中信号低损耗的需求, 使传输效率大幅提高。2021年, 徐秀来<sup>[7]</sup>基于拓扑角态设计并优化了二维拓扑光子晶体微腔, 具有高 Q 值和低模式体积。

因此, 通过在光子晶体中引入光学拓扑态, 可以有效管理光传输, 从而实现高效传输和低损耗。本文提出了一种二维蜂窝状光子晶体结构, 通过“缩、放”单元晶胞的大小, 实现拓扑相变; 把相变前后的光子晶体组合起来, 实现了缺陷免疫并具有单向传输特性的拓扑边界态, 这种性质可为非互易器件提供新的设计思路, 为实现集成化的光子设备打下基础。

## 1 蜂窝状全介质型拓扑光子晶体结构的理论分析和模型建立

### 1.1 光子晶体结构

基于类石墨烯结构的对称性和拓扑结构不变性, 提出一种周期性的蜂窝状全介质型拓扑光子晶体结构, 其基本的单元结构为六边形六格点原胞。六格点原胞的基本单元结构中, 圆圈填充材料为硅, 其余衬底材料为空气。晶格常数  $a$  表示两个相邻原胞的中心距离,  $R$  表示原胞的中心

到相邻圆介质柱的中心距离,  $r$  表示圆介质柱的半径。该六角晶格处于倒格子空间内相应布里渊区 (Brillouin Zone, BZ) 的原胞结构。由“ $K-\Gamma-M$ ”所围成的区域称为不可约布里渊区 (irreducible Brillouin zone, IBZ), IBZ 表示晶胞内部所有的点均不等价。

### 1.2 能带分离与模式反转

不同于现有研究<sup>[8]</sup>的参数设置, 本研究设计的拓扑光子晶体的晶格常数  $a=1\mu\text{m}$ , 六边形晶格中心到介质柱中心的距离  $R=a/3$ , 每个介质柱的半径  $r=0.15a=0.15\mu\text{m}$ 。介质圆柱的相对介电常数  $\epsilon_r=12$ , 背景材料空气的相对介电常数  $\epsilon_0=1$ 。通过压缩晶格得到 PC-I, 扩张晶格得到 PC-II, 其中压缩晶格  $a/R=3.1$ , 扩张晶格  $a/R=2.9$ 。

利用 COMSOL 仿真软件对拓扑光子晶体结构在 TM 模式下的能带结构进行模拟仿真, 得到一个标准的蜂窝状光子晶体结构, 即  $a/R=3$ 。且根据能带显示在第一布里渊区的点呈现出四重简并的双 Dirac 点。

在对六角蜂窝状晶格进行压缩至  $a/R=3.1$  时, 位于  $\Gamma$  点的简并

\*【基金项目】国家级大学生创新创业训练项目 (202310619062)、2021—2023 四川省高等教育人才培养质量和教学改革项目 (JG2021-882)

【作者简介】何运鑫 (2003—), 男, 四川泸州人, 本科, 研究方向: 光电信息科技与工程。

【通讯作者】张克非 (1968—), 男, 四川剑阁人, 本科, 副教授、硕士生导师, 研究方向: 计算机网络、光通信工程。

现象消失了。且在  $0.3891 (2\pi c/a)$  到  $0.4045 (2\pi c/a)$  的频率范围内，产生了一个宽度为  $0.0154 (2\pi c/a)$  的完整带隙。在这种情况下，第一能带  $p_{\pm}$  位于能带隙下方，而第二能带  $d_{\pm}$  位于能带隙上方。

当扩张晶格时，即  $a/R=2.9$ ，位于  $\Gamma$  点的简并同样也消失，但此时能带发生了反转，在  $0.3881 (2\pi c/a)$  到  $0.4055 (2\pi c/a)$  的频率范围内，形成了宽度为  $0.0174 (2\pi c/a)$  的完整带隙。这种情况下，其能带也发生了反转。第一能带  $p_{\pm}$  位于能带隙的上方，第二能带  $d_{\pm}$  位于能带隙的下方。

当压缩六角晶格时，PC-I 中偶极模  $p_{\pm}$  位于能带低频处，高阶四偶极模  $d_{\pm}$  位于高频处，产生的是拓扑平庸 (Topologically trivial) 态的带隙。而当扩展六角蜂窝状晶格时，PC-II 中发生了能带的反转现象，即偶极模  $p_{\pm}$  位于能带高频处，高阶四偶极模  $d_{\pm}$  位于低频处，产生的是拓扑非平庸 (Topologically non-trivial) 态的带隙。

### 1.3 电场分布与拓扑相变

基于上述内容， $\Gamma$  点处的两个双重简并点分别是两个偶极子模式和两个四极子模式，两种模式相伴出现。因为与电子系统中的  $p$ 、 $d$  轨道对称性相同，所以被分别称为  $p$  态和  $d$  态 ( $p$  态和  $d$  态分别为奇、偶对称)。两对二重简并的  $p$  带和  $d$  带相互交叉，所以 Dirac 点也称为拓扑相变点，光拓扑绝缘体可以通过  $p$  态和  $d$  态之间的宇称反转实现<sup>[9]</sup>。

将晶胞基元沿晶格中心进行压缩形变后 ( $a/R=3.1$ )，仍然保持  $C_6$  对称性，根据相应的能带结构可知， $\Gamma$  点处能带分离，原因是标准蜂窝状光子晶体晶胞空间的对称性被打破。类比电子系

统的 BHZ 模型， $p$  带可以作为价带， $d$  带作为导带。当对晶胞基元沿晶格中心进行拉伸形变后 ( $a/R=2.9$ )，根据相应的能带结构可知， $\Gamma$  点处能带再次分离。在  $\Gamma$  点， $p$  和  $d$  轨道发生反转，分别计算第一布里渊区 Berry 相位的积分，可以得出赝上、下自旋轨道的参数为  $C_{\pm} = \pm 1$ ，即光子上、下自旋态分别对应电磁波轨道自旋角动量  $1$ 、 $-1$ 。

综上，对晶胞基元进行压缩后，光子带隙被打开，而后续在对晶胞基元进行扩张的过程中，光子带隙经历了从闭合到再打开的过程，该过程中  $p$  态和  $d$  态之间的宇称反转，即拓扑相变过程，该过程出现了光子拓扑绝缘态。

## 2 基于蜂窝状拓扑光子晶体结构的边界传输

### 2.1 拓扑边界结构

利用 COMSOL 仿真软件创立一个二维结构模型。模型为矩形结构，上半部分是拓扑平庸态的光子晶体，下半部分是拓扑非平庸态的光子晶体，中间水平红色虚线表示上下部分的分界面。

根据光子晶体整体结构具备的周期性和重复性，构建超原胞，其中超原胞是由界面上下两侧各放置 5 个不同拓扑态的光子晶体原胞组成，衬底材料为空气。进一步对其进行仿真研究，将波矢  $k$  设置为对称的范围，并将该结构  $x$  方向两侧的边界条件设置为周期性边界条件。

### 2.2 边界态的产生和传导

利用 COMSOL 波动光学模块进行计算，当此方程中的频率无解时，即为光子带隙，沿界面  $x$  方向的色散关系，即为能带的结果。

从投影能带色散曲线可知，在  $\Gamma$  点处 Dirac 点发生分离，中心部分放大后的局部能带，其中心部分矩形宽度表示拓扑结构中实现单向边界态的工作带宽。而中间的曲线则表示光子晶体的边界态。

经归一化处理，设计的该拓扑光子晶体可在  $0.4973(2\pi c/a) \sim 0.5210 (2\pi c/a)$  的带隙范围之间实现边界态，且它们的能带频谱关于波矢  $k$  对称。

分析可得，模场被局限在两种结构的边界处。通过对超晶胞对应的模场电场的观察，模场主要局限在两种结构的边界附近。由放大后的能流可知，该处的波印廷矢量，展示了能量传输的方向和强度，表现出了赝自旋的属性。

能流矢量的涡旋偏向拓扑非平庸的一侧。从能流的旋转方向看，在拓扑非平庸侧是顺时针赝自旋，证明在组合界面处存在边界态，且对应特定的赝自旋，方向固定。

### 2.3 Z 字通道的构建和验证

对  $y$  轴数据的表达式进行替换，不做归一化处理，换算为实际工程应用中的频率范围。经计算得到的结果 (见图 1)，表明该拓扑结构的工作频段为  $149.2\text{THz} \sim 156.5\text{THz}$ 。

利用组合的拓扑光子晶体可以在界面处实现拓扑态的这一特殊性质，可实现将特定频段和路径的电磁波进行局限和传输的功能。以下提出一种 Z 字通道结构 (见图 2)，橙色部分为拓扑平庸态光子晶体，黑色部分为拓扑非平庸态光子晶体。基于本文提出的结构，以空气作为基底材料，硅介质作为填充材料，分别压缩和扩张单元晶格，设计了边界

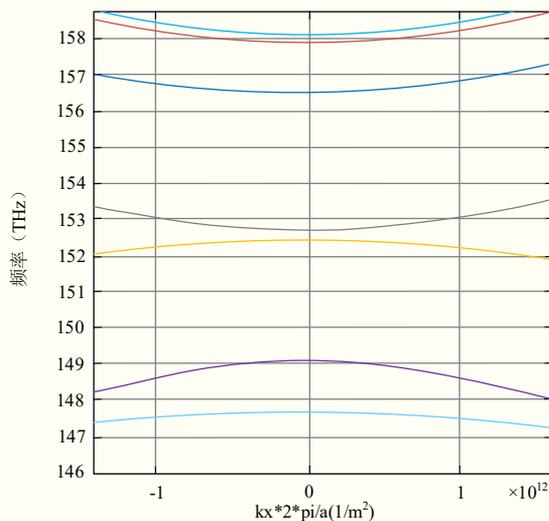


图1 常见频段下的能带图结果

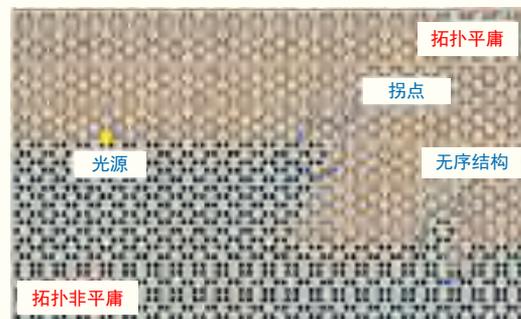


图2 Z字通道结构图

态传输的波导结构。

边界两侧由两种拓扑光子晶体周期性排列构成，并在该结构边界处的左侧设置顺时针旋转的线性电流（相位成等差关系），作为赝自旋的激发源 $S^*$ ，光源的频率设置符合上述计算的带隙范围。同时，为了验证该结构的拓扑传输的强鲁棒性，在该Z字通道内设计了拐角，并模拟了可能存在无序的情况。

模拟电场 $E_z$ （152.14THz）沿Z字形边界进行单向传输，光波沿着拓扑平庸态和拓扑非平庸态的交界面稳定传播，在传输过程中几乎无损耗，该结构起到了波导的作用。即便面对该结构中的拐角、无序等缺陷，仍表现出较强的拓扑鲁棒性。本文设计的光子晶体结构，在无施加外界磁场的条件下，频率在带隙范围内的光波均能实现具有良好抗背向散射、稳定约束光波的拓扑边界传输拓扑保护的边界态。

## 结语

本文设计了二维蜂窝状周期性排列的光子晶体结构，并进一步提出了可实现边界传输的Z字通道结构，该结构的单向边界传输的工作范围为149.2THz ~ 156.5THz。可将特定光波局域于边界态中，且对应特定方向的赝自旋，在不施加外场的条件下，实现抗散射的拓扑保护态。对于传输路径上的急转弯、无序等情况，也能有效进行缺陷免疫，进行保护式的无损传输。相比于磁光光子晶体，需要外部施加磁场条件实现拓扑态，应用在高度集成化的光子器件中易产生电磁干扰且成本较高。本文填充介质材料硅来源丰富，将其引入光子晶体中，大幅降低了设计成本。<sup>9</sup>

## 引用

- [1] Haldane F D M, Raghu S. Possible Realization of Directional Optical Waveguides in Photonic Crystals with Broken Time-reversal Symmetry[J]. Physical Review Letters, 2008, 100(1): 013904.
- [2] Raghu S, Haldane F D M. Analogs of Quantum-hall Effect Edge States

in Photonic Crystals[J]. Physical Review A, 2006, 78(3): 1-23.

[3] Skirlo S A, Lu L, Igarashi Y, et al. Experimental Observation of Large Chern Numbers in Photonic Crystals[J]. Physical Review Letters, 2015, 115(25): 253901.

[4] Skirlo S A, Lu L, Soljačić M. Multimode One-way Waveguides of Large Chern Numbers[J]. Physical review letters, 2014, 113(11): 113904.

[5] 徐婷, 李琳, 费宏明, 等. 实现双偏振光波信号单向传输的二维光子晶体异质结构设计[J]. 太原理工大学学报, 2018, 49(4): 606-611.

[6] 杨瑞, 杜立国, 崔海瑛, 等. 磁性光子晶体的边界态特性及其应用[J]. 大众标准化, 2020(24): 150-151.

[7] Satchi K, Alok K, Sarang M. Slow Light in Rod Type 2D Photonic Crystal Waveguide Comprising of Cavity: Optimization and Analysis[J]. Optik, 2021, 231

[8] 何柳. 二维光子晶体单向边界模式传输特性及其应用研究[D]. 镇江: 江苏大学, 2019.

[9] 王彦兰, 李妍. 二维介电光子晶体中的赝自旋态与拓扑相变[J]. 物理学报, 2020, 69(9): 187-196.